Base de un polinomio de grado 2

por Freddy Alejandro carrascal Rivera

algebra lineal de george nakos pagina 253,ejercicios 4.3 #29

Correo-e: facr510@hotmail.com

10 de octubre del 2007

Demostrar que $\mathfrak{B} = \left\{1+x, 1-x, x^2\right\}$ es una base de P_2

- ¿ que me dan ?

  $\mathfrak{B} = \left\{1+x, 1-x, x^2\right\}$

- ¿ que me piden ?

  hallar los escalares a , b y c tales que satisfagan que $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}x+\boldsymbol{C}x^2$ es cualquier polinomio en P_2

- plan de desarrollo:

  lo que necesitamos es comprobar que $\mathfrak{B}$ es linealmente independiente y que genera a P_2.

- ejecucion del plan

Demostremos que:

$$a(1+x)+b(-1+x)+\ cx^2=0$$

$$a+ax-b+bx+cx^2=0$$

$$(a+b)+(a+b)x+cx^2=0$$

$$(a+b)+(a+b)x+cx^2=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}x+\boldsymbol{C}x^2$$

Tenemos dos sistemas resultantes

$$\begin{aligned} a-b&=0 \quad & a-b&=\boldsymbol{A} \\ a+b&=0 \quad & a+b&=\boldsymbol{B} \\ c&=0 \quad & c&=\mathcal{C} \end{aligned}$$

el primer sistema solo tiene la solucion trivial, por tanto los elementos en el conjunto son linealmente independientes.

El segundo es la solucion es consistente para toda $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$, por tanto pueden generar a todo polinomio de grado 2.